

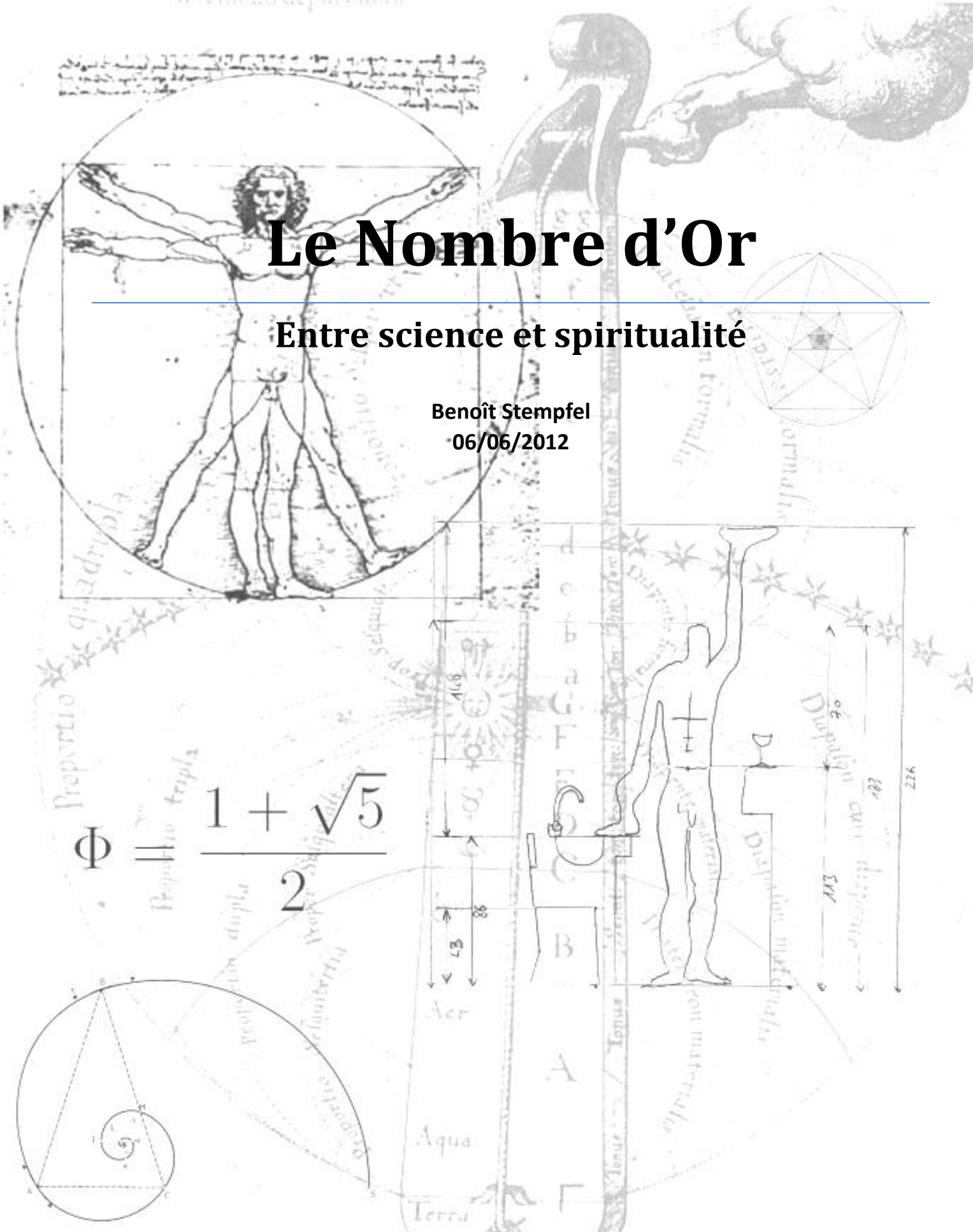
30 TRACTATUS I. LIB. III.
 Hic autem monochordum...
 mantis...
 lo modo de proximo.

Le Nombre d'Or

Entre science et spiritualité

Benoît Stempfel
 06/06/2012

$$\Phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$



Le Nombre d'Or, mystique, fascinant, mystérieux fut durant des siècles, et encore aujourd'hui, source de rayonnement d'artistes, de rencontre entre philosophes et mathématiciens, de quête de sacré.

Pourtant contrairement à de nombreuses croyances, l'histoire du Nombre d'Or est associée à l'évolution des mathématiques et plus particulièrement à la géométrie et ... au zéro. Il faut pour en comprendre sa portée s'imprégner de l'ambiance de l'époque, de respirer ce qui fut le berceau de notre civilisation.

La géométrie fut inventée par les égyptiens voici près de 5000 ans, contraints par le courroux d'un fleuve, car chaque année le Nil sortait de son lit et inondait le delta. Une heureuse conséquence en était que l'inondation laissait sur les terres un limon d'alluvions qui faisait du delta du Nil la terre cultivée la plus fertile du monde antique. Une malheureuse conséquence en était que le fleuve détruisait alors une grande partie des marques de clôture et de propriété, qui permettaient aux fermiers égyptiens d'établir quelles étaient leurs parcelles. (Les égyptiens prenaient très au sérieux le droit de propriété. En Égypte, s'approprier le sol d'un voisin était un crime aussi grave que se parjurer, tuer quelqu'un ou se masturber dans un temple). Les pharaons envoyaient donc des contrôleurs pour évaluer les dommages et rétablir le bornage: ainsi naquit la géométrie. Ces métreurs ou tendeurs de cordes (nommés ainsi à cause de leurs outils de mesure et des cordes nouées pour marquer les angles droits) apprirent, ce faisant, à déterminer les surfaces de terrain en les divisant en rectangle et triangles. Les égyptiens avaient l'esprit pratique et en mathématique ils n'allèrent jamais plus loin que la mesure des volumes et le comptage des jours et des heures. Leurs calculs étaient motivés par les problèmes matériels - en dehors de l'astrologie dont ils étaient les maîtres incontestés - avec pour résultat que leurs meilleurs mathématiciens étaient incapables d'appliquer les principes de la géométrie à autre chose. Ils n'étaient pas non plus enclins à introduire les mathématiques dans la philosophie. Les Grecs, qui très certainement apprirent la géométrie des égyptiens, agirent différemment: ils réunirent l'abstraction et la philosophie et portèrent les mathématiques à leur plus haut point de l'Antiquité.

Pour comprendre le Nombre d'Or, une incursion dans le monde des nombres est nécessaire. Le système numérique des grecs fut d'abord le même que les égyptiens, ils comptaient en base 10. Mais rapidement les grecs dépassèrent la manière primitive des égyptiens pour construire un système plus élaboré. En effet si pour écrire 87 les égyptiens avaient besoin de 15 symboles, les grecs n'en requéraient que deux. Plus tard, le système romain qui supplanta les nombres grecs entraîna un recul vers le système égyptien (il fallait 7 symboles pour écrire 87). Mais si le système grec était plus sophistiqué que l'égyptien, il n'en était pas le plus avancé de l'Antiquité. La manière de compter babylonienne, était, en termes de calcul pur, bien plus performante (le calcul se faisait sous forme d'abaque). Le système babylonien était sexagésimal et avait la particularité contrairement au système grec, d'utiliser le zéro. C'est d'ailleurs aux babyloniens via les grecs que l'on doit d'avoir une les heures divisées en 60 minutes et les minutes en 60 secondes. Toutefois le zéro n'avait pas de place dans la hiérarchie des nombres, il n'était qu'un symbole. Et cette particularité est un héritage bien ancrée dans notre quotidien. En effet si aujourd'hui nul ne conteste la valeur numérique propre du zéro, il nous arrive de considérer le zéro comme marque place sans le lier à la valeur zéro. Le clavier d'un téléphone ou d'un ordinateur sont là pour le prouver, le 0 y figure après le 9, et non avant le 1 où il devrait être. Pour d'autres cultures, comme les Mayas (les voilà également), commencer à compter par un ne semblait pas rationnel.

En fait les Mayas usaient d'un système numérique et d'un calendrier (le voilà également celui-là) qui avaient plus de sens que le nôtre. Comme les Babyloniens, les Mayas avaient un système où la place des chiffres établissaient leur valeur. La seule vraie différence était qu'au lieu de baser leurs nombres sur 60, les Mayas avaient une base vigésimale, un système en base 20 où restaient des traces d'un précédent système en base 10. C'est pourquoi le calendrier annuel Mayas comptait 18 mois de 20 jours numérotés de 0 à 19.

La civilisation égyptienne et son manque de zéro s'avèrent malheureux pour le calendrier mais aussi pour l'avenir des mathématiques occidentales. A dire vrai, la civilisation égyptienne se révéla nuisible pour les mathématiques à plus d'un titre, et pas seulement à cause de l'absence de zéro. Les égyptiens, puis les grecs manipulaient les fractions d'une façon extrêmement contraignante.

Ils n'envisageaient pas $\frac{3}{4}$ comme le rapport de trois sur quatre, mais la somme de $\frac{1}{2}$ et de $\frac{1}{4}$! Pour les babyloniens par contre, $\frac{1}{2}$ en base 60 correspondait à 0,30, et leur système en base 60 était même mieux adapté à la notation des fractions que notre moderne base 10.

Les Grecs méprisaient tellement le zéro qu'ils refusaient de le faire figurer dans leurs écrits, même lorsqu'ils avaient la preuve de son utilité. Pour les calculs complexes, comme ceux nécessaires pour créer des tables d'astronomie, le système grec était si mal commode que les mathématiciens transposaient les fractions unitaires dans le système babylonien sexagésimal, effectuaient les calculs, et convertissaient les résultats sous la forme grecque. La raison: le zéro était dangereux! Le zéro était, pour les Grecs inexorablement lié au vide - au rien. Ils avaient une peur primale devant le vide et le chaos donc du zéro.

La plupart des peuples de l'Antiquité croyaient qu'avant la naissance de l'univers, seuls préexistaient le vide et le chaos. Les Grecs affirmaient qu'à l'origine l'obscurité était la mère de tout, et que de l'obscurité naquit le chaos. Obscurité et chaos engendrèrent le reste de la création. Les mythes hébreux de la création établissent que la terre était chaotique et vide jusqu'à ce que Dieu l'inonde de lumière et dessine ses formes. La tradition plus ancienne des Hindous dépeint un créateur qui bat le beurre du chaos pour en faire la terre, et les mythes nordiques racontent l'histoire du vide à ciel ouvert qui se couvre de glace, et du chaos engendré par la rencontre de la glace et du feu d'où sorti le premier géant. Vide et chaos constituaient l'état primitif naturel du cosmos, et il demeurait une crainte, toujours présente, qu'à la fin des temps le désordre et le vide règnent de nouveau. Le zéro représente ce vide. La crainte du zéro allait encore plus loin que ce malaise face au vide. Pour les Anciens, les propriétés mathématiques du zéro étaient inexplicables, aussi nimbées de mystère que la naissance de l'univers. Le zéro contredisait l'axiome d'Archimède qui dit que si vous additionnez un nombre à lui-même suffisamment de fois, le résultat excédera tout autre nombre (**un nombre était étudié en tant que représentant la différence entre deux surfaces inégales**). Le zéro refuse de grandir. Il refuse aussi de rendre n'importe quel nombre plus grand.

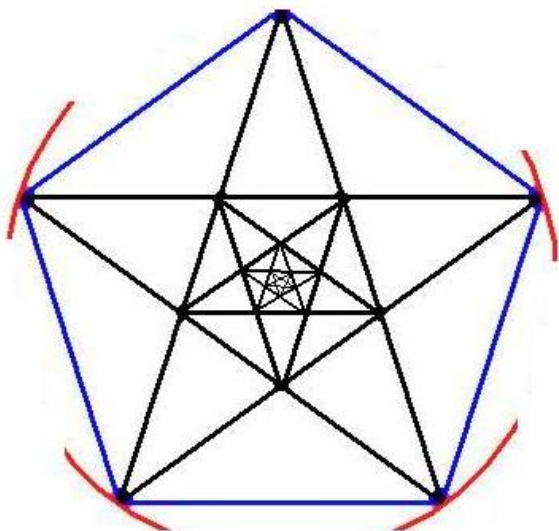
Le zéro se trouvait confronté à une des bases de la philosophie occidentale, une affirmation qui trouve ses racines dans la philosophie des nombres de Pythagore et prend toute son importance dans les paradoxes de Zénon. L'univers grec, créé par Pythagore, Aristote et Ptolémée survécut à la fin de la civilisation grecque. Dans cet univers, il n'y a rien qui soit rien. Il n'y a pas de zéro. Pour cette raison, l'Occident ne put accepter le zéro pendant presque deux millénaires. L'absence du zéro fut néfaste, il ralentit les progrès en mathématique, étouffa les innovations en sciences et, incidemment, perturba le calendrier. Pour que les philosophes occidentaux puissent admettre le zéro, ils durent d'abord bouleverser leur univers.

Pour les Grecs les nombres et la philosophie étaient inséparables, et ils prenaient les deux très au sérieux à un tel point qu'ils en devenaient fondamentalistes voir intégristes.

Hippase de Métaponte l'appris à ces dépens, lui qui fut condamné à mort par le chef de la fraternité secrète, le grand Pythagore, pour avoir révélé un secret qui pouvait être mortel pour la pensée grecque, un secret qui tendait à faire écrouler toute la philosophie que la fraternité avait échafaudée. Pour protéger sa philosophie des nombres, la secte a tué.

Ce chef, Pythagore, avait des croyances extravagantes, il était fermement convaincu d'être la réincarnation de l'âme d'Euphorbe, un héros troyen. Ce qui encourageait Pythagore à penser que toutes les âmes - y compris celle des animaux - passaient dans de nouveaux corps après la mort. Pour cette raison, il était strictement végétarien. Les haricots, toutefois, étaient tabous, car ils causent des flatulences et ressemblent aux appareils génitaux. Pythagore était sans doute un penseur new âge de l'antiquité, mai il était aussi un narrateur exceptionnel, un chercheur renommé, et un enseignant charismatique. Les étudiants venaient vers lui en grand nombre et il se trouva rapidement à la tête d'une multitude de disciples qui voulaient profiter de l'enseignement du maître. Les Pythagoriciens vivaient conformément aux diktats de leur chef. Ils croyaient, entre autres qu'il était préférable de faire l'amour aux femmes en hiver plutôt qu'en été; que tout malaise était causé par une indigestion; qu'il fallait manger de la nourriture crue, boire uniquement de l'eau et éviter de porter de la laine. Mais au cœur de leur philosophie, le point le plus important tenait

dans cette révélation: **tout est nombre**. Dans les mathématiques grecques, il n'y avait pas de distinction entre les figures et les nombres. A cette époque, démontrer un théorème mathématique se réduisait à l'exécution d'un élégant dessin; les outils n'étaient pas la plume et le papier - c'était la règle et le compas. Et pour Pythagore le lien entre les figures et les nombres étaient **profond et mystique**. Chaque forme de nombre avait un sens caché, et les plus belles étaient sacrées.



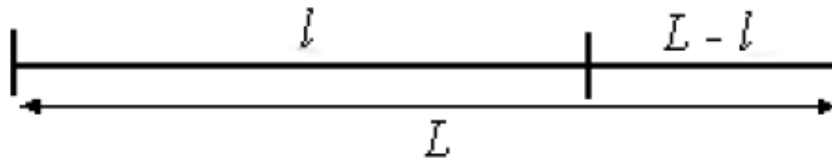
Le pentacle représente la forme géométrique infinie

Le symbole mystique du culte pythagoricien était naturellement le pentacle, une étoile à cinq branches. Cette simple figure ouvre sur l'infini. Blotti à l'intérieur des lignes de l'étoile on décèle un pentacle. Si l'on relie par des traits les coins de ce pentacle, se dessine une petite étoile inversée qui a exactement les mêmes proportions que l'originale. Cette étoile, a son tour, contient un pentacle encore plus petit qui contient une étoile encore plus petite et ainsi de suite. Aussi intéressant que cela soit, pour les Pythagoriciens la propriété la plus importante du pentacle ne résidait pas dans son auto-reproduction, mais était cachée dans les côtés de l'étoile. Ils contenaient ce qui était **le symbole ultime de la conception pythagoricienne de l'univers: le Nombre d'Or**. Nous sommes au VI^e siècle avant J.-C.

Le Nombre d'Or vient d'une découverte de Pythagore peu connue. Dans les écoles modernes, les enfants entendent citer Pythagore pour son fameux théorème: le carré de l'hypoténuse d'un triangle rectangle est égal à la somme des carrés des deux autres côtés. Cela n'avait rien de nouveau. On le savait plus de mille ans avant Pythagore et ce n'est pas du tout pour cela que Pythagore était célèbre dans la Grèce antique. Il devait sa célébrité à une autre découverte: la gamme musicale.

Un jour selon la légende, Pythagore jouait sur un monocorde, une boîte sur laquelle était tendue une corde. En faisant coulisser de haut en bas une pièce placée à cheval sur la corde, une espèce de capodastre, Pythagore changeait les notes que l'instrument émettait. Il découvrit vite que les cordes ont chacune un comportement particulier, quoique prévisible. Quand vous pincez la corde sans poser le capodastre, vous obtenez une note pure, appelée fondamentale. Poser le capodastre sur le monocorde change les notes que l'on joue. Quand vous placez le capodastre exactement au milieu du monocorde, chaque moitié de la corde émet la même note: une note exactement d'une octave supérieure à la note fondamentale. En faisant glisser légèrement le capodastre pour obtenir d'un côté trois cinquième de la corde et de l'autre deux cinquième, Pythagore remarqua qu'en pinçant les deux segments, on obtenait deux notes qui créaient une quinte juste, dont on dit qu'elle est le rapport musical le plus évocateur et le plus puissant. des proportions différentes donnaient des tonalités différentes, qui pouvaient être plaisantes ou désagréables. Étrangement, lorsque Pythagore posait le capodastre à un endroit qui ne divisait pas la corde en une fraction exacte, les notes pincées sonnaient mal. Le son était alors dissonant et parfois pire. Pour Pythagore, jouer de la musique était donc un acte mathématique.

Pour trouver ce nombre bienheureux, il faut diviser une droite d'une certaine façon, de manière à ce que le rapport entre la petite part et la grande part soit le même qu'entre la grande part et le tout.



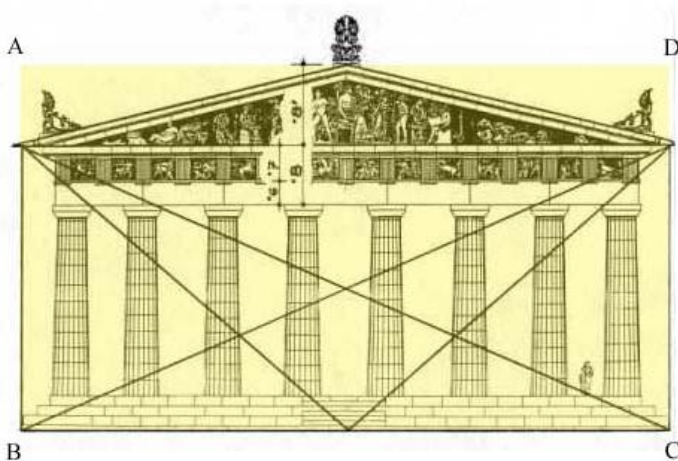
$$\frac{L}{l} = \frac{l}{L - l} = \varphi$$

Le nombre Phi (φ) exprime la proportion la plus harmonieuse, le Nombre d'Or

$\varphi = 1.61803399\dots$

Décrit ainsi, cela n'a rien d'extraordinaire, mais les figures auxquelles s'appliquent ces proportions sont les plus belles. Aujourd'hui encore, les artistes et les architectes savent intuitivement que les objets dont la longueur et la largeur respectent cette proportion sont les plus esthétiques, et que le Nombre d'Or est à la base de quantité d'oeuvres d'art et d'architecture.

La proportion du Nombre d'Or est utilisée dans l'art, en particulier dans l'art dit sacré (dans l'architecture des temples, des cathédrales, dans la peinture, etc.) En fait, il n'y a pas d'art sacré en soi, il n'y a qu'un art qui entre en résonance avec une modélisation mathématique issue de l'organisation du cosmos. Rappelons que ce mot vient directement du grec et signifie ordre. Certains historiens et mathématiciens ont pu démontrer que le Parthénon d'Athènes fut construit entièrement sur cette base.



Le Parthénon d'Athènes et la proportion

Si architecturalement la controverse sur cette proportion a toujours opposé convaincus et sceptiques (certains prétendent que pour obtenir la divine proportion pour le Parthénon, les érudits ont dessiné une marche d'escalier de plus), la nature elle ne triche pas et démontre que cette proportion est si harmonieuse. Comparez les proportions entre deux anneaux successifs d'un nautilus, ou celles des écailles d'un ananas allant dans le sens des aiguilles d'une montre et celles allant dans le sens opposé, mais nous y reviendrons plus tard.

Ce Nombre d'Or était le préféré à la fois de la nature et des artistes, ce qui venait à l'appui de la théorie de Pythagore établissant que **musique, beauté, architecture, nature et cosmos étaient tous liés et inséparables.**

Toujours selon Pythagore, **le Nombre d'Or régnait sur l'univers** et ce qui était vrai pour les Pythagoriciens devint vite vrai pour l'ensemble du monde occidental. Le lien surnaturel entre l'esthétique, les proportions et l'univers devint pour longtemps un des principaux dogmes de la civilisation occidentale. Encore à l'époque de Shakespeare, les scientifiques parlaient encore de la

révolution de sphères de différentes tailles, disputaient de la musique céleste diffusée dans tout le cosmos.

Si ce dogme perdura si longtemps c'est qu'il arrangeait beaucoup de monde, en particulier ceux pour qui la terre était le centre de l'univers. Pour les Pythagoriciens compter se bornait à mesurer des segments. Même les proportions étaient le ratio de nombres. Ils avaient pour habitude de diviser les segments en demi-pouce et de prononcer le ratio en part ainsi découpée. C'est en approfondissant ce mode de représenter les ratios que les Pythagoriciens perdirent le sens des proportions. L'irrationnel n'était pas permis et comble de l'ironie, c'est le carré qui fut le déclencheur. En effet comment une forme géométrique aussi pure puisse présenter une diagonale aussi irrationnelle? L'irrationalité éveillait des dangers pour Pythagore, car elle sapait la base de son univers d'où son refus d'envisager le zéro comme un nombre à part entière. Pour ajouter l'insulte à la blessure, les Pythagoriciens découvrirent bientôt que le Nombre d'Or, l'ultime symbole de la beauté et de la rationalité, était un nombre irrationnel. Pour empêcher ces horribles nombres de ruiner sa doctrine, ils furent tenus secrets. Tous les membres de la communauté pythagoricienne avaient déjà l'habitude de tenir leur langue - personne n'avait même le droit de prendre des notes - et l'incommensurabilité de la racine carré de deux devint le secret le mieux gardé, le mieux enfoui, des Pythagoriciens.

Et pourtant les irrationnels se présentaient et se représentaient dans toutes sortes de constructions géométriques. Face à la pression d'une population passionnée par la géométrie, le secret ne fut pas longtemps gardé, et le pauvre Hippase de Métaponte fut la malheureuse victime de cette obsession.

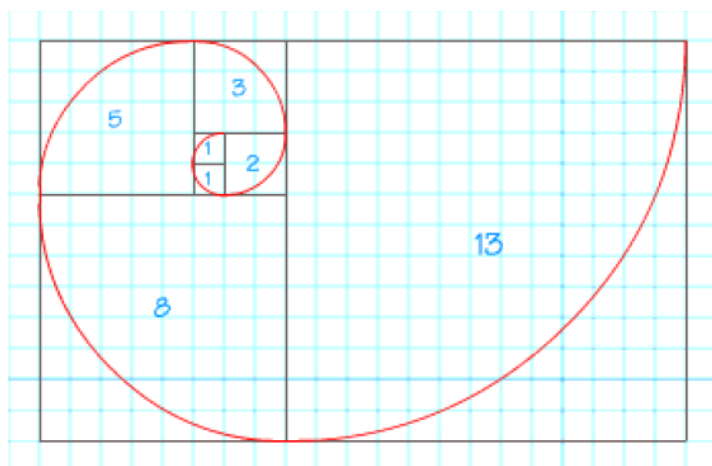
Je vous passe sous silence la triste fin de Pythagore pour disserter sur l'œuvre qui lui survécut. En effet les enseignements de Pythagore ont formés la base de la philosophie la plus influente sur l'histoire occidentale - la doctrine aristotélicienne, qui perdurera pendant deux millénaires. Mais le refus du zéro a été notre calvaire que nous avons porté jusqu'il y a pas très longtemps.

Quelques 1800 ans plus tard, un autre personnage, mathématicien italien va approcher le Nombre d'Or à l'aide d'une suite de nombre entier, la suite de Fibonacci.

Si l'on écrit une suite de nombres comme 0 1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89....de façon à ce que chacun à partir du 3^e soit la somme des 2 précédents, on obtient rapidement lorsque l'on fait le rapport de l'un sur le précédent un nombre très proche de 1.618.

Cette suite de nombres est appelée suite de Fibonacci

L'exemple le plus connu rapporté est la spirale d'Or composée à partir d'un rectangle d'Or auquel on retranche un carré ou inversement.

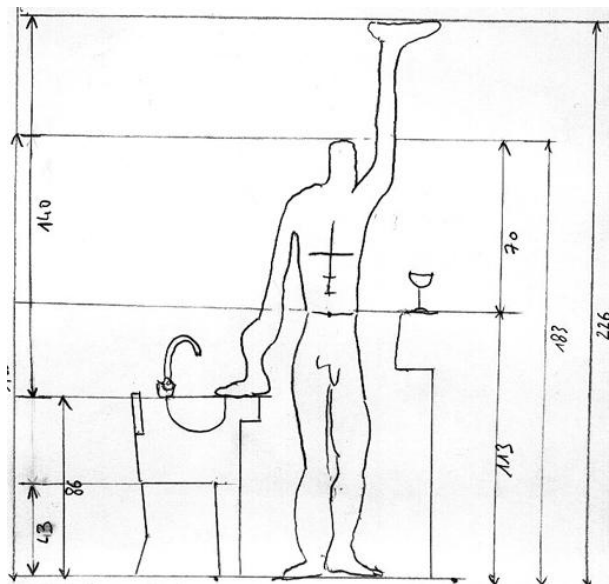


La spirale d'Or de Fibonacci

La suite de Fibonacci, et le Nombre d'Or par la même, sert également de charpente à la musique. En effet on retrouve dans certains ratios de la gamme de Zarlino des nombres correspondant consécutivement à la série de Fibonacci : 1/2 (octave), 3/2 (Quinte), 5/3 (Sixte) pour 1, 1, 2, 3, 5, 8...

Nous avons vu que la corde vibrante était à l'origine du Nombre d'Or. Lui ont succédé les instruments de musique à corde mais également la plupart des autres qui vont être construits selon des procédés géométriques issus de l'acoustique et du Nombre d'Or. La guitare et le violon en sont des manifestations les plus connues. On retrouve le Nombre d'Or dans la forme du violon, dont les proportions de la tête et de la volute, le rapport entre le manche et la caisse ou encore la situation des trous inférieurs des ouïes correspondent à la section d'Or, parfaitement connue des luthiers comme des théoriciens de la musique, puisque la structure des principales gammes est en relation avec le Nombre d'Or.

Certains chercheurs et musicologues se sont intéressés aux partitions de compositeurs comme Bach, Mozart, Debussy et Bartok, ou à la musique et aux rythmes du gamelan balinaï ou du ragtime. Ils y ont décelé des proportions mathématiques reposant sur le Nombre d'Or (dynamique des rythmes, cellules rythmiques, structures de composition, canons, fugues, symétries, nombre de mesures de différents mouvements d'une même pièce musicale, etc.). Est-ce délibéré? Certains exemples ne laissent aucun doute.



Plus proche de chez nous, Le Corbusier a développé en 1945 un rythme qui s'inspire du Nombre d'Or et du rapprochement de la morphologie humaine à cette proportion, le Modulor. Issue de la contraction de « Module » et « Nombre d'Or », ce modulor est une notion architecturale présentant la silhouette humaine standardisée et servant à concevoir la structure et la taille des unités d'habitation, comme la Cité radieuse de Marseille, la Maison Radieuse de Rezé ou l'Unité d'habitation de Firminy-Vert, elle devait permettre, selon lui, un confort maximal dans les relations entre l'homme et son espace vital.

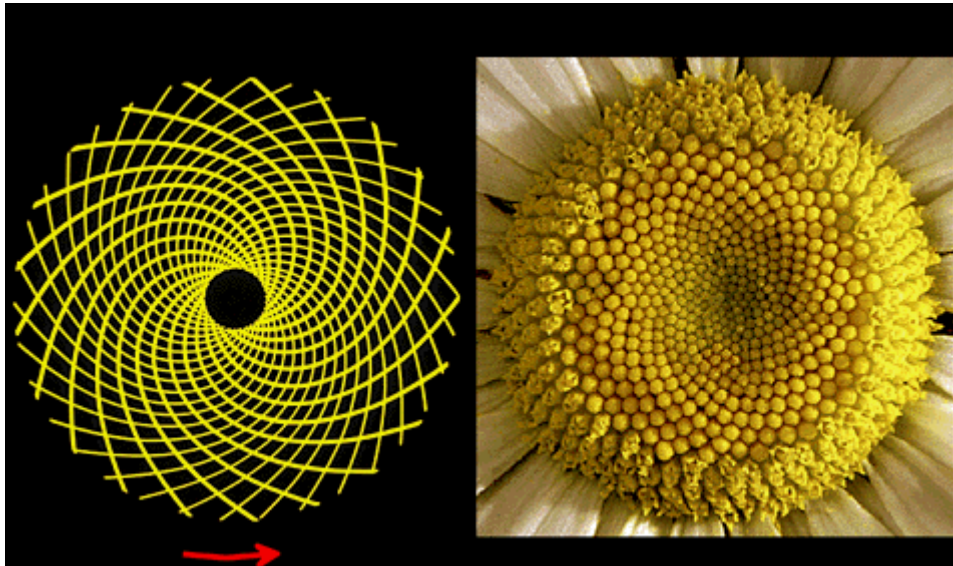
Si cette proposition a été appelée divine c'est bien parce que la nature, elle-même, s'en est approprié. Pour ne pas allongé mais illustrer cette affirmation de manière évidente, voici quelques exemples :



Le tournesol

Dans le cœur d'une fleur de tournesol on remarque des spirales (premier lien avec le Nombre d'Or). Ces spirales sont orientées de telle manière, qu'une série de spires tourne vers la droite et l'autre, vers la gauche. Leur rencontre crée ce design si majestueux. Le nombre des spirales tournant vers la droite et vers la gauche n'est jamais égal et suit toujours deux termes consécutifs de la suite de Fibonacci (8, 13) (13, 21)...

Dans le cœur de la marguerite, on trouve 21 et 34... Traduisez : 21 spirales dans un sens et 34 dans l'autre. Ces deux nombres sont consécutifs dans la suite de Fibonacci.



Cœur de marguerite :

Le coquillage nautilus a une forme de spirale logarithmique. On peut la dessiner à partir d'une série de rectangles d'Or,



Le nautilus

Sans allonger, il y a encore de nombreux exemples qui rapprochent la nature du Nombre d'Or ou le contraire.

La pomme de pin, le pentagone de la pomme lorsque vous la coupez transversalement, vous verrez apparaître un pentagone au centre du fruit. Les choux offrent une spirale dessinée par l'arrangement harmonieux des feuilles en le coupant transversalement (pas dans le sens de la tige).

L'organisation des feuilles sur un rameau (la phyllotaxie) ou une branche d'arbre suit invariablement le Nombre d'Or.

Même l'ADN s'en mêle, car chaque cycle complet de la double hélice d'ADN mesure 34 angströms de long par 21 de large.

Qu'est-ce qui fascine dans le Nombre d'Or? Est-ce le côté géométrique? Le côté secret caché dans le nombre ou la proportion?

Permet-il réellement de renforcer le centre, l'énergie, la lumière? Laisser entrer le courant de la vie, appréhender l'espace ? Est-ce le départ d'une recherche spirituelle ou une parenthèse humaine sans performance ni compétition

Ou est-ce une Géométrie ramenée à l'essentiel comme mantra. Joie, légèreté et fluidité qui fait que la nature s'en est inspirée ? Ou symbolisme religieux, que beaucoup ont accaparé ?

Dans la quête de l'absolu, du divin, les artistes, philosophes et mathématicien ont constamment manipulé les images, les nombres et la géométrie, pour approcher cette perfection de l'harmonie, de la simplicité.

Si vous trouvez qu'il n'y a rien de mystérieux, de spirituel ou de divin dans le Nombre d'Or, laissez vous séduire par l'image, l'harmonie et la simplicité et c'est avec une autre image que le monde qui nous entoure vous apparaîtra.

Otierdo juin 2012.